

MEMORIAS  
DE LA  
REAL ACADEMIA DE CIENCIAS Y ARTES  
DE BARCELONA

TERCERA ÉPOCA NÚM. 985

VOL. LX NÚM.10

---

ELS ASTROLABIS DE LA REIAL ACADÈMIA I LA CIÈNCIA  
A LA CATALUNYA MEDIEVAL

SESSIÓ INTERACADÈMICA

Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona - Reial Acadèmia de Bones Lletres

celebrada el dia 5 juny de 2003

*Publicada el mes de juny de 2003*

BARCELONA

2003

## ÍNDEX

“Instrumental astronòmic a la Catalunya Medieval”, pel Professor Julio Samsó .....	5
“L’Assafea de la Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona”: un exemplar de zarqāliyya per la Professora Roser Puig .....	17
“Astronomia i Cartografia a l’època de Pere el Cerimoniós” per la Professora Mercè Comes .....	27
“L’Astrolabi com a instrument científic vist des de la perspectiva actual”, pel Professor Martí Vergés .....	37

## L'ASTROLABI COM A INSTRUMENT CIENTÍFIC VIST DES DE LA PERSPECTIVA ACTUAL

MARTÍ VERGÉS TRIAS

Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona

*Ja sé que sóc mortal i criatura d'un dia però  
quan jo traço la malla dels cercles dels astres, els  
meus peus no toquen a Terra i prenc el meu  
tast d'ambrosia al costat de Zeus mateix.*

*Claudi Ptolemeu.*

L'astrolabi és un fabulós monument a la teoria geocèntrica de l'univers. L'astrolabi és la bíblia que conté la història dels successius passos donats per la ciència en el desenvolupament del geocentrisme. Devem a la Grècia clàssica la fonamentació d'aquesta teoria, consolidada posteriorment per la Grècia alexandrina.

És una història en tres magnes capítols: Primerament els grecs, estimulats per la solució dels problemes astronòmics. A continuació els àrabs, impulsats pels problemes horològics, bàsics per a la praxis musulmana. Finalment, la Europa medieval interessada en les qüestions astrològiques i pels problemes del calendari litúrgic.

El final de la vida de l'astrolabi coincideix en la mort de la teoria geocèntrica. Quan l'any 1543 Copèrnic dona a conèixer *De revolutionibus orbium coelestium* es posa de manifest l'error de la teoria geocèntrica. Les limitacions de l'astrolabi, que eren força evidents, esdevenen insuportables. Tot i que fins al segle XVII encara es construeixen astrolabis, cal recordar que la condemna de Galileu fou l'any 1633.

L'any 1585 John Blagrove va publicar un llibre titulat "The Mathematical Jewel" on descrivia un astrolabi (hereu de l'astrolabi catòlic de Gemma Frisius) el qual resumia les qualitats i propietats dels astrolabis d'última generació, tal com els astrolabis de projecció sobre els colurs que permetien utilitzar un sol timpà per totes les latituds. (l'Acadèmia posseeix un magnífic exemplar de l'Azafea d'Azarquiel, l'astrolabi que obrí el camí a aquest tipus avançat d'instrument). Era, evidentment, el cant del cigne de l'astrolabi, que realment es pot considerar com la *joia matemàtica* de l'edat mitjana, i de tots els temps.

## I.- L'ESFERA CELESTE I LA GEOMETRIA EUCLÍDEA

El primer pas en la gènesi de la teoria *geocèntrica* i la concepció de l'astrolabi sembla que es deu a Anaximandre de Milet (s.VI aE) qui concebí la volta celeste com la part visible d'una esfera completa que embolcallava la Terra i que girava d'Est a Oest, en el sentit anomenat directe, al voltant d'un eix fix. Aquesta concepció és purament geomètrica donat que no existeix cap eix físic i a més no es pot precisar la distància a que estan situats els astres, per la qual cosa l'esfera manca de radi determinat.

Si comparem aquest suport purament abstracte amb els suports físics que havien preconitzat altres cultures (egipcis, babilonis, etc.) es veu que es tracta d'un pas transcendent que marcarà en endavant tota la ciència astronòmica occidental fins a les concepcions actuals de l'espai relativista.

Aquest espai geomètric ens apareix estructurat en uns elements purament geomètrics, de sobres coneguts, però que descriu breument a continuació per dues raons: primerament perquè actualment la concepció geocèntrica de l'espai ens és poc familiar i en segon lloc perquè m'hi referiré en descriure alguns dels instruments concebuts per a representar amb certa fidelitat l'esfera celeste i que són anteriors a l'astrolabi, sobretot l'armil·la o esfera armil·lar. Tant l'esfera celeste com l'armil·la estan concebudes en el marc de la Geometria euclídea tridimensional. La volta s'hi estructura en dos conjunts de coordenades: les horitzontals i les horàries.

*Coordenades horitzontals:* Aquestes coordenades transporten a la volta celeste les coordenades terrestres de la Terra, conseqüència de l'esfericitat de la Terra, coneguda des d'abans dels pitagòrics. La volta celeste arranca del cercle de l'*horitzó*, abstracció derivada de l'horitzó físic, centrat en la *vertical*, l'eix que projecta el *zenit* i que perllonga la vertical terrestre de l'observador. L'extrem oposat de la volta, el punt oposat al zenit, és el *nadir*. Els punts de l'horitzó es projecten des del zenit en un conjunt de *línies azimuthals* o *azimuts*, que formen un feix de semicercles. Ortogonalment als *azimuts* hi ha un conjunt de cercles menors o paral·lels, que els àrabs varen anomenar *almicantars*, els quals van situats des de l'horitzó fins al zenit.

*Coordenades horàries:* La volta celeste gira al voltant d'un eix fix, l'eix del món. Els observadors sempre han estat cridats a la visió d'aquest punt per les estrelles pròximes (com és ara la Polar), pràcticament immòbils. L'extrem superior de l'eix del món és el Pol Nord, pel qual passa un azimuth singular, la *meridiana*. La intersecció de la meridiana amb l'horitzó marca els punts cardinals Nord i Sud. L'altura del Pol Nord sobre l'horitzó és variable segons un angle anomenat *latitud*.

El cercle màxim perpendicular a l'eix és l'*equador celeste*. Part d'aquest cercle queda per sota del horitzó. La intersecció de l'Equador amb l'horitzó són els punts cardinals Est i Oest.

En la proximitat del Pol s'observen una o varies estrelles, pràcticament fixes; actualment ocupa aquest lloc l'estrella Polar. Fora d'aquest cas, el curs de les estrelles marca el paral·lels de la volta celeste que se situen segons l'angle anomenat *declinació*. A l'Equa-

dor correspon la declinació zero. Uns paral·lels singulars són els solsticials anomenats Tròpic de Càncer i de Capricorn. Les estrelles de declinació superior a la latitud són les estrelles circumpolars perpètuament visibles entre dos almucantarats que marquen la seva culminació superior i la inferior. Les restants estrelles observables estan subjectes als fenòmens de l'ort i la posta.

La variació de la latitud d'un punt a l'altre fou un dels primers misteris a resoldre pels cosmògrafs, que conduí al concepte d'esfericitat de la Terra. La resistència a la introducció d'aquest concepte, antiintuitiu, ha quedat reflectit en l'astrolabi i en la seva terminologia: les franges terrestres anomenades *climes* corresponen a franges de latitud geogràfica.

Fins ara no hem parlat dels astres del sistema solar, Sol, Lluna, planetes. Tots aquests astres evolucionen en el Zodíac, una franja centrada en un cercle màxim de l'esfera celest, anomenada l'Eclíptica, que forma un angle de  $23^{\circ}27'$  aproximadament amb l'Equador, valor que fou determinat amb precisió al segle Vè AE per Enòpides de Chios. La intersecció dels dos cercles són els punts vernal o equinoccials, anomenats d'Àries i de Libra. El Sol es trasllada sobre l'Eclíptica en un moviment regular d'una volta cada Any Tròpic (365,2422 dies solars mitjans). El pas del Sol pel punt vernal d'Àries marca el començament de l'any. L'Eclíptica és tangent als Tròpics o cercles solsticials i es considera dividida en 12 sectors de  $30^{\circ}$  designats pel signes del Zodíac, en correspondència amb els mesos de l'any.

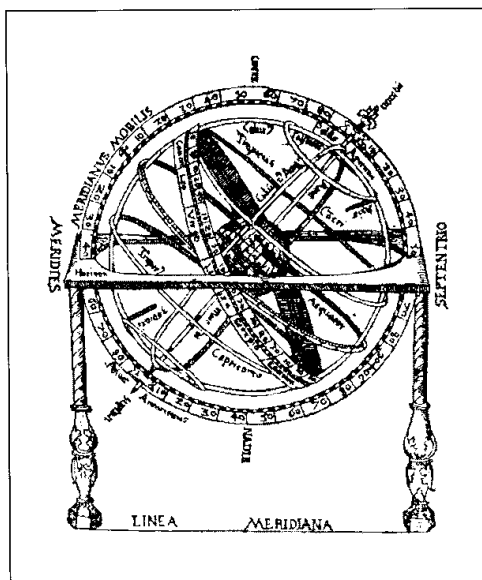
### **L'armil·la o esfera armil·lar**

La més antiga materialització coneguda de l'esfera celeste sembla que s'ha d'atribuir al filòsof presocràtic Tales, segons en fa saber Ciceró en *De republica*: "Gallus ens va explicar que l'altra mena de esfera celestial, que era massissa sense interior buit, era una invenció molt antiga; la primera d'aquest tipus fou construïda per Tales de Milet, i més tard Èudox hi va marcar les constel·lacions i estels que són fixes al cel."

El nombre d'estels fixos inscrits en una esfera com aquesta podia ser elevat, com els milers de les sis primeres magnituds visibles. En canvi el Sol, la Lluna i els astres del sistema solar no s'hi podien representar degut als seus moviments propis. L'única possibilitat era inscriure-hi l'Eclíptica i el Zodíac, amb les seves divisions zodiacals, en correspondència amb les constel·lacions zodiacals que són fixes.

### **Esfera armil·lar**

El pas immediat era situar l'esfera en un dispositiu de suspensió per fer girar l'esfera al voltant d'un eix paral·lel a l'eix del món. La versió final de l'esfera fou *l'armil·la o esfera armil·lar* que disposava d'uns cercles o anelles fixos (armil·la vol dir anella o braçilet) que faixaven l'esfera per representar els cercles màxims més importants: l'*Horitzó* i algunes línies azimuthals com la *Meridiana* o els azimuths cardinals; també alguns cercles horaris com l'Equador, els Tròpics, etc. Sabem que Hiparc (de 146 aE a 127 aE) posseïa una esfera armil·lar de quatre anelles.



El moviment de l'armil·la molt aviat pogué automatitzar-se, per sincronitzar-la amb el moviment diürn del cel, amb la qual cosa s'obtingué un dels primers rellotges. Ctesibus va crear la *clepsidra*, rellotge d'aigua capaç d'actuar sobre l'esfera armil·lar mitjançant flotadors. Poc abans Arquímedes havia creat elaborats mecanismes amb el mateix objecte, fins i tot capaços de simular el moviment dels astres mitjançant engranatges.

Un altra possibilitat consistia en reservar l'esfera per a la representació dels cercles horaris i construir una segona esfera concèntrica a l'anterior, calada, que representava una materialització de l'eclíptica i on, a més, es retallaven uns indicadors, flames o dagues, que apuntaven a unes dotzenes d'estrelles de primera magnitud. Aquesta esfera s'anomenava *rete* (en llatí) i *aranya* (en autors catalans). Com és lògic els astres del sistema solar no podien aparèixer en l'aranya. El sistema era adequat per a l'ús de les coordenades eclíptiques, molt corrents en l'antiguitat. Aquesta versió de l'esfera fou coneguda pels autors medievals com *astrolabi rodó* o *esfèric*.

## II.- L'ASTROLABI I LA GEOMETRIA HIPERBÒLICA

L'esfera armil·lar i el astrolabi esfèric era eines poderosíssimes per a l'estudi de l'astronomia de posició: Sobre d'elles es descobriren, probablement les propietats de la trigonometria esfèrica.

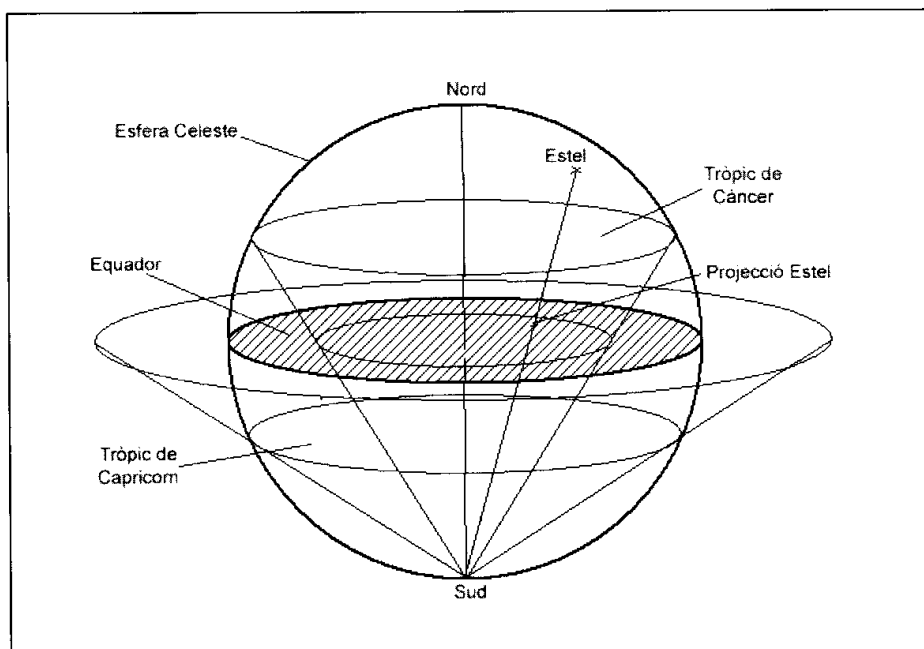
Malgrat la seva immediatesa i simplicitat, les mides, la forma i el pes de l'armil·la tenien seriosos inconvenients similars als que per a la cartografia terrestre representava l'ús dels globus terraquüis. En un cas i altre la geometria facilità la construcció de representacions planes parcials de la superfície esfèrica, fet que donà lloc al naixement de la cartografia terrestre i de l'estel·lar

### La projecció estereogràfica.

Els procediments geomètrics bàsics que permetien resoldre el problema de les representacions planes de la superfície esfèrica eren les projeccions, la més important de les quals és la *projecció* que, des de 1613, coneixem amb el nom de projecció *estereogràfica*. Es tracta de projectar la esfera celeste sobre un pla, per exemple l'equador, des d'un punt de la superfície esfèrica, per exemple el Pol Sud. Es tracta d'una operació conforme, que respecta els angles. Els fonaments teòrics de la projecció estereogràfica eren coneguts de molt antic. Probablement (cap el 200 aE) Apol·loni, l'autor de l'obra cabdal sobre les còniques, i Arxímedes, la coneixien.

Una carta molt tardana, del segle Vè, de Synesios, atribueix a Hiparc aquest tipus de projecció, deixant veure que la finalitat de l'aplicació era cartogràfica, és a dir, la construcció de mapes del cel. Hiparc sembla que s'esmerçà sobretot en establir-ne el fonaments teòrics que són principalment les dues propietats bàsiques: La conformalitat o conservació dels angles, i el caràcter circular de la projecció de les circumferències. La primera propietat vinculava la trigonometria esfèrica, basada essencialment en angles, amb la geometria plana, que era molt més familiar al geòmetres grecs; de totes maneres la primera prova publicada es deu a Halley (1696). La conservació de les circumferències permetia que la geometria cartogràfica es pogués fer mitjançant l'ús de la regla i el compàs, condició sine qua non del traçat de mapes per als grecs.

No ens ha arribat cap demostració d'aquesta època d'aquest teorema cabdal però era al seu abast, ja que la demostració es basa en propietats molt simples de les còniques.



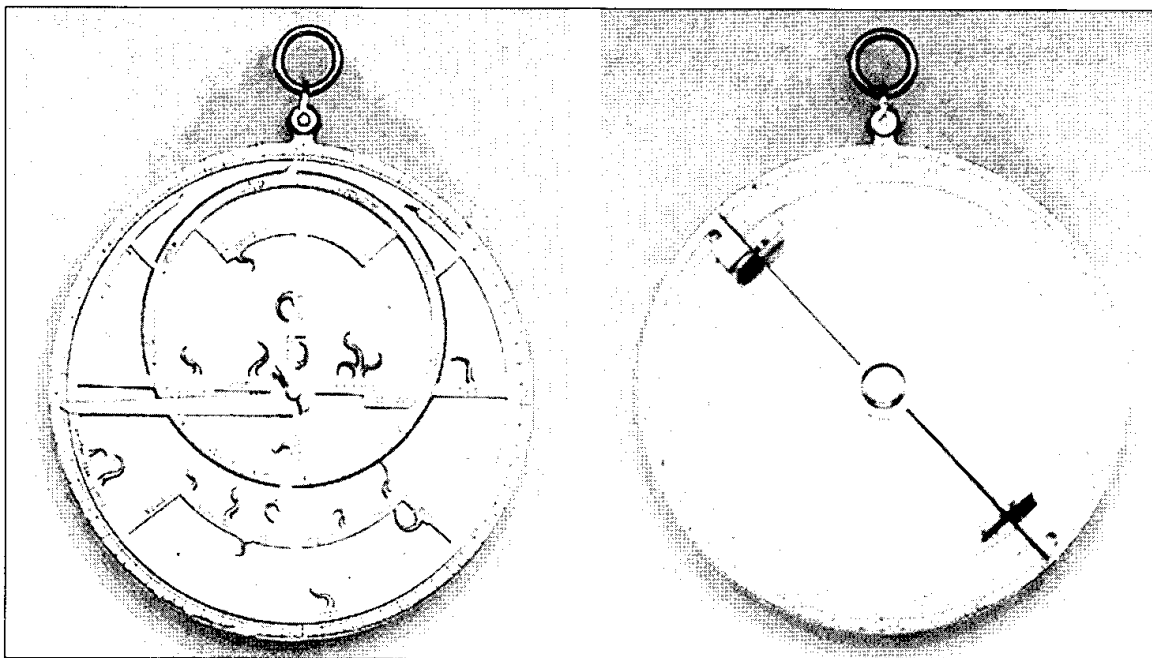
En 1828 Jacob Steiner va introduir l'operació anomenada *inversió* respecte una esfera, la qual conserva el angles i transforma esferes en esferes o plans. La projecció estereogràfica és un cas d'inversió, i qualsevol cercle sobre l'esfera es pot veure com intersecció de l'esfera amb plans o esferes, d'on resulten elementalment les propietats fonamentals que estem comentant.

Poc després d'Hiparc la projecció estereogràfica s'aplicà a la construcció d'instruments que permetessin manipular representacions planes de l'espai celeste. Un dels primers fou el *rellotge anafòric*, ràpidament superat per l'*astrolabi pla*, al qual circumscriurem la nostra exposició.

### L'astrolabi pla.

L'astrolabi per antonomàsia és l'astrolabi pla, l'astrolabi amb què la humanitat ha intentar captar i comprendre els moviments estel·lars, primàriament de les estrelles fixes i secundàriament dels astres del sistema solar. La etimologia grega deriva del verb “λαμβάνειν” (imperf. λαβειν) prendre, agafar, captar, comprendre).

L'aplicació de la projecció estereogràfica a la superfície estel·lar genera un pla conforme sobre el qual es poden identificar tots els sistemes de representació que hem descrit en la volta celeste i, que hem vist materialitzats en l'armil·la.



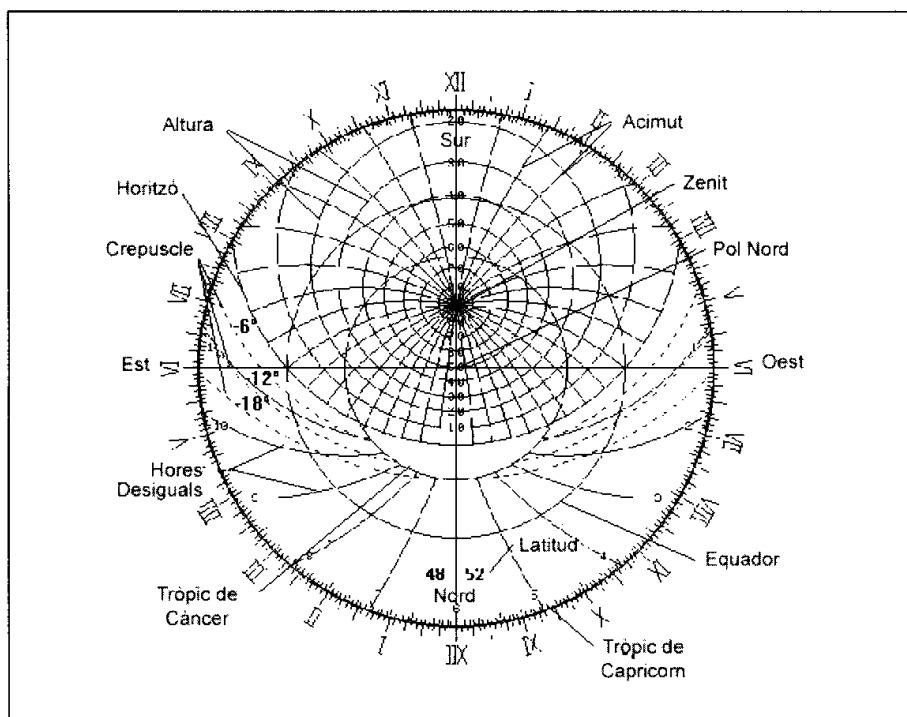
Astrolabi de Joan Fusoris, 1400 (Museu Adler)



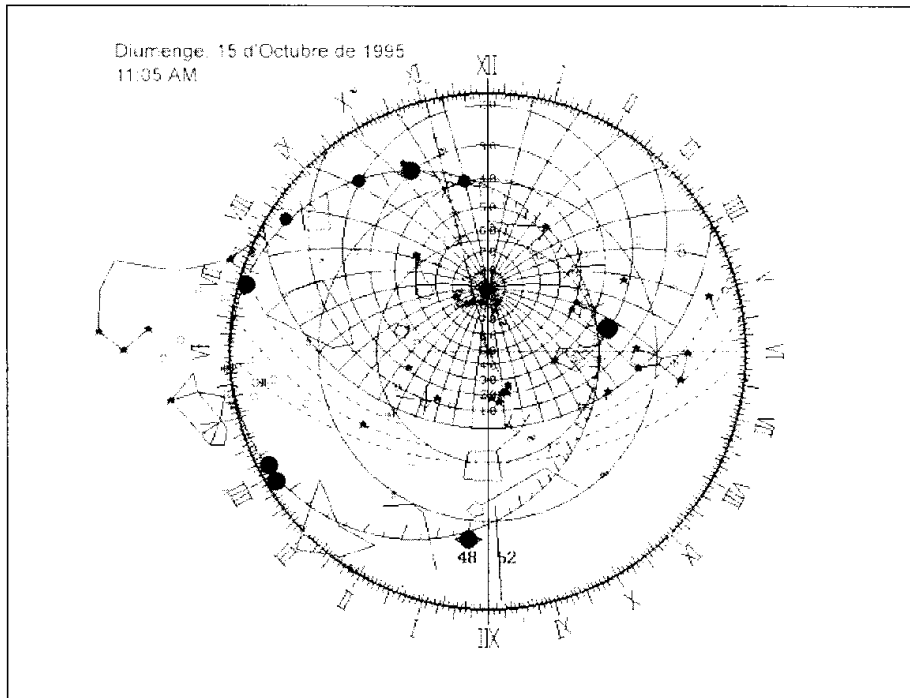
El grau d'abstracció que conté la representació esfèrica de la volta celeste queda augmentat en passar a les superfícies planes projectades, per a les quals faré servir el nom de *plans celestes*. Des del nostre punt de vista actual la geometria adequada a aquest plans de projecció ja no és la geometria euclídea, sinó la geometria hiperbòlica de Poincaré (descoberta per Bolyai i Lobachevsky, en 1829) El dos sistemes de representació que hem descrit, l'horitzontal i l'horari es transformen ara en dos plans hiperbòlics (discos de Poincaré) parcialment superposats. Els presentaré per separat.

El *disc horari* està format per rectes de Poincaré que són els meridians i per cercles concèntrics que són els paral·leles. El Pol Sud, en el supòsit que sigui el centre de projecció passa a tenir una realitat virtual. Si el pla de projecció és l'Equador, com és habitual, o el Tròpic de Capricorn, el Cercle corresponent és el cercle límit que separa el pla (l'espai) en dues parts en funció de les corresponents latituds. Els punts de latitud superior a la del pla de projecció són observables, els altres no.

El *pla horitzontal* (molt més vistós des d'un punt de vista estètic) és l'interior de la part que conté el zenit i on es desenvolupen els almucantarats i els azimuts. El pol de Poincaré és el zenit. Els almucantarats són cercles hiperbòlics concèntrics, amb centre el zenit. Els azimuts són rectes de Poincaré que passen pel zenit. El cercle límit d'aquest pla és l'horitzó (llevat del cas que es vulgui incloure la part crepuscular, que serà l'almucantarats de  $-18^\circ$ ). Per sota de l'horitzó no hi ha res observable des d'aquesta latitud, d'aquí que en general les línies horàries no tenen representació per sota del límit.



El pla horitzontal



L'astrolabi complet

Naturalment l'*astrolabi pla* és una materialització del dos plans hiperbòlics descrits. Als dos plans superposats pot afegir-s'hi l'aranya, un conjunt de representacions puntuals (corresponents a les fixes) i l'Eclíptica:

L'invent de l'astrolabi pla fou el resultat de dos progressos combinats: un progrés abstracte, el pas de l'espai tridimensional de coordenades celestes a l'espai pla, no euclidi com hem vist, igualment capaç de representar l'univers,

Però hi hagué igualment un progrés tècnic, capaç d'aprofitar les possibilitats del nou espai de representació, construint un instrument potent, còmode, ric i versàtil: l'astrolabi.

### III.- L'ASTROLABI I LA INFORMÀTICA

#### Les equacions de l'astrolabi

L'astrolabi pot ser vist com un calculador analògic de les transformacions de coordenades celestes, d'horizontals a horàries i viceversa. Aquestes coordenades apareixen en el triangle esfèric anomenat *triangle de posició* (o també *triangle pol-zenit-astre*) i són:

HORITZONTALS: Azimut  $a$ , distància zenital  $z$  (o el seu complement *altura*  $b$ ).

HORÀRIES: Angle horari  $H$  o mediació; declinació  $D$ .

Els altres dos angles del triangle esfèric de posició són la *colatitud*  $\psi$  i l'*angle en l'astre*.

Les equacions que relacionen aquest valors són:

$$\cos z = \cos \psi \sin D + \sin \psi \cos D \cos H$$

$$\sin D = \cos \psi \cos z + \sin \psi \sin z \cos a$$

El pas *horàries* -> *horitzontals* queda resol quan la primera dóna  $z=z(H,D)$ ; i la segona  $a=a(z(H,D),D)$ .

El pas *horitzontals* -> *horàries* queda resol quan la segona dóna  $D=D(a,z)$ ; i la primera  $H=H(z,D(a,z))$ .

Naturalment hi ha a més problemes que es poden plantejar entre aquestes sis magnituds estel·lars, els quals poden ser resolts pels astrolabis o per les equacions trigonomètriques indicades. El tractament algebàric demana sistemes de numeració eficients (decimals amb zero), algorismes còmodes de càlcul, i tabulacions completes de les funcions trigonomètriques. El càlcul analític era evidentment més precís que la simulació analògica però incomparablement més costós que el maneig dels astrolabis, els quals d'un cop d'ull, al preu d'una menor precisió, responien a transformacions com les descrites o canvis de coordenades; solucionaven problemes astronòmic o astrològics: oris, postes, culminacions, passos azimutals, ocultacions, etc. El seu destí principal eren els astròlegs i els responsables de les pràctiques religioses vinculades amb el curs del temps.

Com és sabut en el pas dels anys els astrolabistes varen afegir a l'astrolabi pròpiament dit, sobretot en el dors, un munt d'informació tècnico-científica tant complet que alguns han dit que l'astrolabi va ser el primer calculador portàtil de la història.

El més important va ser l'alidada, regla dotada de pínules perforades per a l'enfocament dels astres (sobretot el sol) i graduacions circulars per mesurar l'altura sobre l'horitzó. Aquesta part de l'astrolabi acaba usurpant pràcticament les funcions de l'instrument i el transformà en un de nou, conegut amb el nom d'*astrolabi nàutic*. En l'era del descobriments, quan es parla d'un *astrolabi* sovint és un astrolabi nàutic; però s'ha de dir que l'astrolabi nàutic pròpiament dit no és un astrolabi.

Les informacions complementàries de l'astrolabi eren generalment escales graduades per a l'altímetre, escales zodiacals amb els dotze signes usuals, escales d'almanac, amb indicació de la durada dels mesos. També sol haver-hi un quadrat d'ombres, element d'ús topogràfic elemental.

### **Astrolabis digitals**

Les utilitats de l'astrolabi que hem enumerat breument cauen dintre de tres característiques fonamentals dels astrolabis antics: són fidels a la visió geocèntrica inicial, són model analògics de l'univers, i responen a usos astromètrics encara necessaris per a l'observació dels astres.

¿Què en queda de tot això? L'astrolabi segueix sent una eina pedagògica de primer ordre. L'estètica de l'astrolabi no ha perdut gens, tant a nivell objectes artístics com a plasmació de la bellesa abstracte de les matemàtiques i de l'astronomia, com ens hem esforçat a fer veure en aquest escrit. Els historiadors de la ciència hi tenen un camp

abonat per a esbrinar com i quan es veren anar descobrint moltes de les propietats que els fonamenten.

Últimament, la informàtica ha vingut a eixamplar les possibilitats dels models analògics de l'univers, amb models digitals força potents, fins i tot en les versions aptes per a informàtica personal. Les seves aranyes són catàlegs estel·lars digitalitzats de dotzenes de milers d'estels i d'objectes observables. La informàtica gràfica permet visualitzacions sorprenents. El sistema solar hi és representat per equacions diferencials, directament integrables mitjançant algorismes aproximats extraordinàriament precisos i ràpids. Un eclipsi, una ocultació, una retrogradació, un retorn cometari, la dansa increïble dels satèl·lits dels nostres planetes companys, les evolucions en el nostre entorn de les naus espacials que solquen el sistema solar, etc.: tot això pot ser contemplat en condicions inimaginables no fa ni un segle. Oblidant-nos de la indiscutible superioritat de la instrumentació actual, mecànica o electrònica, queda per a cadascú preferir la riquesa dels models digitals que acabo d'esmentar o la que es desprèn de tenir a la mà un astrolabi tradicional, una d'aquestes joies de l'enginy científic i tècnic del passat, les quals varen permetre superar la limitació de les visions cosmològiques inicials i obrir el camí de l'univers.

## BIBLIOGRAFIA

CHAUCER, Geoffrey *A Treatise on the Astrolabe*, 1391

DELAMBRE, J.B. *Hystoire de l'astronomie ancienne*.

GARCIA FRANCO, S. *Catálogo crítico de los astrolabios existentes en España*, Instituto Histórico de la Marina, Madrid, 1945

MICHEL, H. *Traité de l'Astrolabe*, Gauthiers-Villars. Paris 1947

COXETER, H.S.M. *Introduction to Geometry*, John Wiley & Sons, Inc. 1961

NORTH, J.D. *Stars, Mind and Fate*. Essays in ancient and medieval Cosmology, The Hambledon Press.

O. NEUGEBAUER, *A History of Ancient Mathematical Astronomy*, Springer Verlag, Berlin-NY, 1975

O. NEUGEBAUER. *The Early History of the Astrolabe, Studies in Ancient Astronomy IX*.

WEBSTER, R.S. *The Astrolabe*, Lake Bluff, Illinois USA, 1984

CHABÀS, J / BOSCH, D. *L'astrolabi pla, Guia per a la construcció i utilització* / Institut de Ciències de l'Educació, Universitat Politècnica de Catalunya, 1987

Nota: L'esfera armil·lar reproduïda en la plana 40 és de la *Cosmography* de Gemma Frisius.